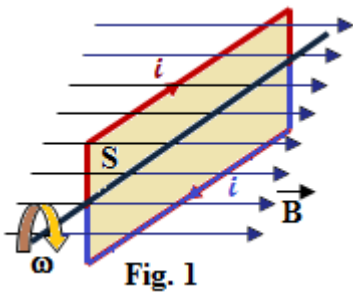


CURENTUL ALTERNATIV SINUSOIDAL

1. Generarea tensiunii electromotoare alternative. Valori instantanee și maxime.



Curentul alternativ este foarte utilizat, atât în industrie, cât și în consumul casnic, prin faptul că prezintă o serie de avantaje, față de curentul continuu: poate fi generat simplu și cu costuri reduse, se poate transporta la distanțe mari ușor și cu pierderi mici, se poate transforma.

La baza [producerii t.e.m. alternative](#) stă [fenomenul de inducție electromagnetică](#), descoperit de [M. Faraday](#):

$$e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad (1)$$

Unde am notat $\Phi_m = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$ fluxul magnetic prin spira de arie S . Evident, $\vec{B}$ este inducția câmpului magnetic. Pentru că spira se rotește în jurul unui ax cu viteza unghiulară constantă ω , fluxul magnetic prin spirală la un moment dat este dat de relația:

$$\Phi = BS \cos \omega t = \Phi_m \cos \omega t \quad (2)$$

Facem observația, foarte importantă, că dependența de timp a fluxului magnetic prin spira de arie S este o dependență armonică. Pentru a deduce expresia t.e.m. alternative facem apel la o teoremă din matematică, referitoare la funcțiile armonice:



TEOREMA 1.

Variația în timp a unei mărimi armonice este tot o mărime armonică, de aceeași pulsație, a cărei amplitudine este multiplicată cu ω , iar faza defazată înainte cu $\frac{\pi}{2}$.

Și reciproca este adevărată.

Din rel. (1) și (2) rezultă t.e.m. indusă, e :

$$e = \omega \Phi_m \sin \omega t = E_m \sin \omega t \quad (3)$$

Dacă aplicăm legile lui Ohm, pentru un circuit de curent alternativ, obținem:

$$i = \frac{e}{R + r} = I_m \sin \omega t \quad (4) \quad \text{și} \quad u = iR = U_m \sin \omega t \quad (5)$$

Facem precizarea: e , i și u se numesc valori instantanee ale mărimilor respective, iar E_m , I_m și U_m sunt valorile maxime corespunzătoare.

2. Valori efective ale mărimilor alternative.

Deoarece valoarea curentului electric este variabilă în timp, în practică se folosește o valoare echivalentă numită valoare efectivă (sau eficace) I_{ef} notată adesea numai cu I . **Valoarea efectivă a intensității curentului alternativ este egală cu intensitatea unui curent electric continuu care produce același efect termic Q la trecerea prin același rezistor.** Relațiile dintre valorile maxime și cele efective sunt date de următoarele expresii de calcul:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad (6) \quad , \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (6') \quad \text{respectiv} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (6'')$$

Pentru a cunoaște elementele caracteristice sau pentru a opera cu mărimile alternative armonice, se folosesc reprezentări convenționale ale acestora:

a) Reprezentarea analitică.

Simpla scriere a mărimii respective în funcție de mărimile variabile (timp, fază etc.) poate furniza informații privind: valoarea instantanee, valoarea maximă, pulsația, perioada, faza inițială a mărimii reprezentate.

Exemplu: Intensitatea unui curent este: $i = 100 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ exprimat în mA.

- intensitatea maximă este $I_m = 100 \text{ mA}$, sau $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 70,92 \text{ mA}$
- pulsația este $\omega = \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$, iar perioada este $T = 6 \text{ s}$
- faza inițială este $\varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$
- valoarea instantanee se obține dând variabilei timp t diverse valori.

b) Reprezentarea grafică.

Prin reprezentarea grafică, Fig. 2, a unei mărimi alternative în funcție de un parametru variabil care poate fi timpul t sau faza φ , se obțin informații despre perioadă, faza inițială, valoarea maximă, valoarea instantanee.

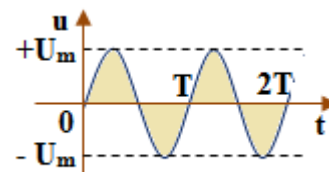


Fig. 2

c) Reprezentarea fazorială.

La reprezentarea mărimilor alternative armonice se poate utiliza un vector numit fazor, care are lungimea proporțională cu valoarea maximă a mărimii alternative armonice, unghiul pe care îl face cu abscisa este egal cu faza inițială φ_0 , iar proiecția lui pe ordonată egală cu valoarea mărimii la momentul inițial sau la alt moment. Vectorul se consideră rotitor cu o perioadă egală cu cea a mărimii alternative.

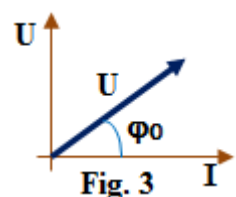


Fig. 3

3. Circuit cu rezistor în curent alternativ.

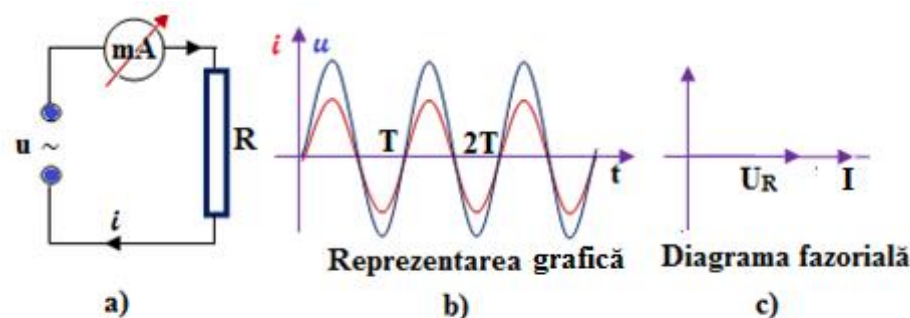


Fig. 4

Dacă la bornele unui rezistor R se aplică o tensiune alternativă sinusoidală de tipul:

$u = U_m \sin \omega t$, Fig. 4a), prin acesta va circula un curent electric a cărui intensitate este obținută din legea lui Ohm:

$$i = \frac{u}{R} \quad (7) \quad i = \frac{U_m}{R} \sin \omega t \quad (7')$$

de unde: $i = I_m \sin \omega t$.

În Fig. 4b), în reprezentarea grafică, se poate vedea că tensiunea și curentul sunt în fază, $\varphi_0 = 0$, iar în Fig. 4c) avem reprezentarea fazorială, numită și reprezentare Fresnel.

4. Circuit cu bobină ideală ($R=0$) în curent alternativ.

La aplicarea unei tensiuni alternative la bornele unei bobine, fenomenul se complică datorită faptului că un curent variabil prin bobină induce o t.e.m. alternativă, numită t.e.m. autoindusă, conform relației:

$$e = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (8)$$

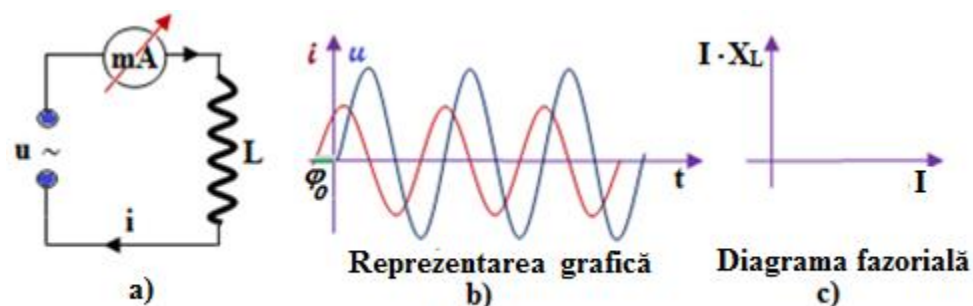


Fig. 5

Considerând un circuit care conține o bobină ideală, la bornele căreia se aplică o tensiune alternativă $u = U_m \sin \omega t$, Fig. 5a). Intensitatea curentului prin circuit va fi dată de relația:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (9)$$

Nu știm cât este φ_0 și

nici ce valoare ar trebui să aibă, dar urmează să stabilim acest lucru ulterior.

Aplicând legea a II-a lui Kirchhoff pe ochiul de circuit, Fig. 5a), rezultă:

$$u + e = 0. \quad (10)$$

Înlocuind expresiile celor două tensiuni, se obține următoarea relație:

$$U_m \sin \omega t - L \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0 \quad (11)$$

Conform teoremei pe care am enunțat-o și ținând cont de rel. (9) și rel. (6'), variația curentului în unitatea de timp va avea expresia:

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \omega \sqrt{2} I \sin \left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (12)$$

În acest caz rel. (11) se poate rescrie:

$$\sqrt{2} U \sin \omega t = \omega L \sqrt{2} I \sin \left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (13)$$

Interpretarea rel. (13) se face apelând la o altă teoremă din matematică:

TEOREMA 2.

Două mărimi armonice sunt egale dacă au amplitudinile egale și fazele egale.



Știi că multor elevi matematica le lasă un gust amar, dar cunoașterea ei este deosebit de prețioasă, matematica fiind singura noastră modalitate de a ne exprima coerent, logic și concis.

REȚINEȚI: MATEMATICA ESTE UN LIMBAJ!

Așa dar să mergem mai departe! Conform acestor teoreme:

$$U = I \cdot X_L \quad (14) \quad \text{și} \quad \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \quad (14')$$

Unde am făcut notația:

$$X_L = \omega L \quad (15)$$

și o vom numi **reactanță inductivă**. Din rel. (14) se observă că X_L are dimensiune de rezistență și se va măsura în Ω . Rel. (14) reprezintă legea lui Ohm pentru un circuit de curent alternativ.

Iar expresia curentului, conform rel. (9), va fi:

$$i = \sqrt{2} I \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (15)$$

În Fig. 5b), în reprezentarea grafică, se poate vedea poziția unghiului de defazaj, $\varphi_0 < 0$, iar în Fig. 5c) avem reprezentarea fazorială.

În final mai avem de făcut o precizare: din punct de vedere practic nu se poate realiza o bobină ideală, datorită faptului că sârma conductoare din care este făcută bobina are o rezistență $R \neq 0$. Totuși, în cazul în care $X_L \gg R$ bobina poate fi considerată ideală.

5. Circuit cu condensator ideal ($R=0$) în curent alternativ.

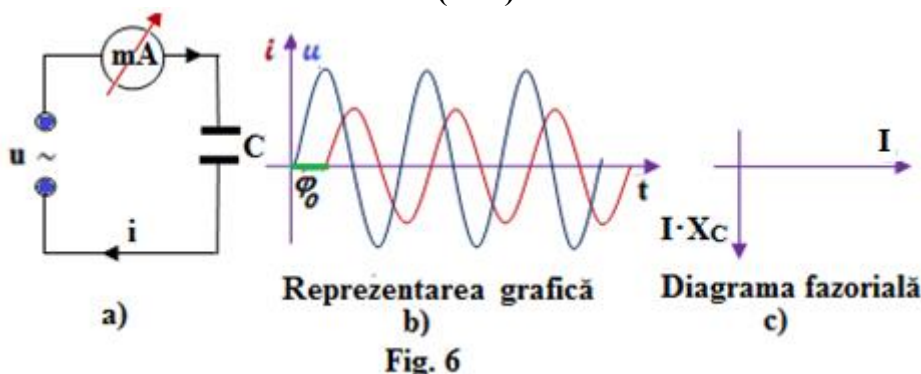


Fig. 6

După cum se cunoaște, între armăturile unui condensator este un strat izolator numit dielectric, ce nu permite trecerea curentului electric prin el. Într-un circuit de curent alternativ, condensatorul are o comportare diferită, deoarece el se încarcă și se descarcă electric periodic,

determinând prezența unui curent electric prin circuitul exterior lui. Dacă tensiunea aplicată

condensatorului este o tensiune alternativă, rel. (5), atunci, curentul de încărcare și descărcare al condensatorului este:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (16)$$

unde q este sarcina electrică variabilă de pe armăturile condensatorului.

Aplicând legea a II-a lui Kirchhoff pe ochiul de circuit, Fig. 6a), rezultă:

$$u = \frac{q}{C} \quad (17)$$

adică, tensiunea aplicată circuitului cade integral pe condensator. Relația (17) rezultă și din definiția capacității electrice: $C = \frac{q}{U}$.

Dacă ținem cont de faptul că i are o dependență armonică rel. (9) și avem în vedere reciproca TEOREMEI 1, din rel. (16) q va avea expresia:

$$q = \frac{I_m}{\omega} \sin\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) \quad (18)$$

Introducând aceste expresii în rel. (17) rezultă:

$$\sqrt{2}U \sin \omega t = \frac{1}{\omega C} \sqrt{2}I \sin\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) \quad (19)$$

Conform TEOREMEI 2, egalitatea (19) implică:

$$U = I \cdot X_C \quad (20) \quad \text{și} \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \quad (20')$$

Unde am făcut notația:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (21)$$

și o vom numi **reactanță capacitivă**. Din rel. (20) se observă că X_C are dimensiune de rezistență și se va măsura în Ω . Rel. (20) reprezintă legea lui Ohm pentru un circuit de curent alternativ.

În acest caz expresia curentului, conform rel. (9), va fi:

$$i = \sqrt{2}I \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (22)$$

În Fig. 6b), în reprezentarea grafică, se poate vedea poziția unghiului de defazaj, $\varphi_0 > 0$, iar în Fig. 6c). avem reprezentarea fazorială.

Spre deosebire de bobină, condensatorul ideal poate fi întâlnit mai des în practică. Există condensatori cu dielectrici prin care purtătorii de sarcină nu pot trece de la o armătură la alta și din acest motiv putem considera rezistența activă nulă: $R=0$.

Și acum să facem o mică recapitulare a celor mai importante noțiuni pe care le-am învățat până acum:

1. Într-un circuit de curent alternativ cu rezistor intensitatea curentului și tensiunea sunt în fază, Fig. 4b). Rezistorul se comportă identic atât într-un circuit de curent continuu, cât și într-un circuit de curent alternativ. Din acest motiv **rezistorul este element pasiv de circuit**.

2. Bobina și condensatorul introduc în circuitele de curent alternativ niște rezistențe suplimentare numite reactanțe și defazează curentul față de tensiune: bobina înainte, Fig. 5b), condensatorul în urmă, Fig. 6b). Deoarece comportarea acestor elemente de circuit este diferită în circuitul de curent alternativ, față de circuitul de curent continuu **bobina și condensatorul sunt elemente reactive de circuit**.

6. Circuit serie cu rezistor, bobină și condensator, în curent alternativ.

Gruparea unor elemente rezistive, inductive și capacitive astfel încât curentul electric să fie unic și cu aceeași valoare, constituie circuitul **RLC** serie de curent alternativ.

Să vedem, deci, ce se va întâmpla atunci când introducem în circuit, în serie, rezistorul, bobina și condensatorul, Fig. 7. Legea a II-a a lui Kirchhoff, pentru ochiul de circuit se scrie:

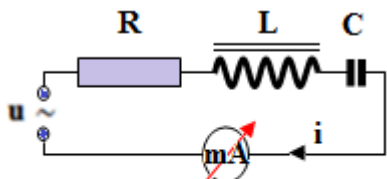


Fig. 7

$$u + e = \frac{q}{C} + Ri \quad (23)$$

Cu notațiile pe care le-am prezentat deja.

Referitor la expresia curentului este necesar să facem o reconsiderare:

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi_0) \quad (24)$$

Semnul lui φ_0 , minus, din rel. (24) este absolut arbitrar, nu are nici o conotație matematică. Am fi putut să facem aceleași considerații și semn pozitiv pentru φ_0 .

În ce privește adevăratul semn al lui φ_0 îl vom determina ținând cont de convențiile trigonometrice (...iar matematică!), referitor la semnul unghiului măsurat și de asemenea avem în vedere că unghiul de defazaj se măsoară în sensul spre favorul tensiunii, Fig. 8.

Observație: Aceste convenții le-ați mai discutat și în clasa a IX-a, când ați studiat „Noțiuni de optică geometrică”.

În continuare, dacă $u = \sqrt{2}U \sin \omega t$ și $i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi_0)$, avem:

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \sqrt{2}I \sin\left(\omega t - \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (25)$$

$$q = \frac{\sqrt{2}I}{\omega} \sin\left(\omega t - \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}I}{\omega} \sin\left(\omega t - \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (26)$$

Cu acestea rel. (23) se va scrie:

$$U \sin \omega t = X_L I \sin\left(\omega t - \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) - X_C I \sin\left(\omega t - \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) + RI \sin(\omega t - \varphi_0) \quad (27)$$

Am obținut astfel o ecuație trigonometrică, în care necunoscutele sunt U și φ_0 . Aplicând considerente trigonometrice, ecuația este foarte greu de rezolvat. Eu nu am încercat niciodată!

Dacă, însă, aplicăm noțiuni de calcul vectorial, observăm că fiecărui termen din ecuația (27) i se poate atașa un fazor. Reprezentarea lor grafică este redată în Fig. 8, care se mai numește și diagramă fazorială și unde am făcut notațiile: $U_R = I \cdot R$, $U_L = I \cdot X_L$ și $U_C = I \cdot X_C$.

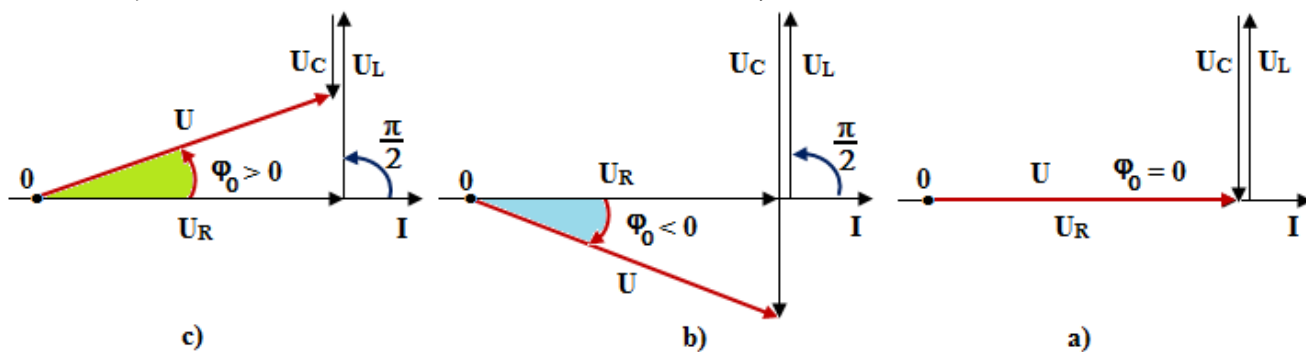


Fig. 8

La întrebarea cum va fi defazat curentul față de tensiune, răspunsul ni-l dăm analizând Fig. 8. Observăm că se disting trei situații:

1. $X_L > X_C$, în circuit predomină efectul inductiv, iar $\varphi_0 > 0$. Acest lucru înseamnă că bobina și condensatorul se comportă ca o singură bobină echivalentă.

2. $X_C > X_L$, în circuit predomină efectul capacitiv, iar $\varphi_0 < 0$. Acest lucru înseamnă că bobina și condensatorul se comportă ca un singur condensator echivalent.

3. $X_L = X_C$, în circuit se produce fenomenul de rezonanță, iar $\varphi_0 = 0$. În acest caz circuitul se comportă ca și cum nu ar avea elemente reactive.

Observațiile pe care le-am dedus din studiul circuitelor ideale de curent alternativ cu bobină și condensator rămân valabile, adică defazajele introduse de bobină și condensator își păstrează sensul, înainte – bobina și în urmă – condensatorul, doar că valorile lor se compun, rezultând un defazaj general.

Dacă reprezentărilor din Fig. 8a) și b) le aplicăm teorema lui Pitagora (...Doamne, dar nu se mai termină odată cu matematica asta?) obținem:

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \quad (28)$$

Sau, ținând cont de relațiile (23)

$$U = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (29)$$

respectiv:

$$U = I \cdot Z \quad (30)$$

care se mai numește și legea lui Ohm pentru un circuit de curent alternativ.

Se observă că

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (31)$$

și se numește **impedanță**. Impedanța are dimensiune de rezistență și se măsoară în Ω .

Tot din Fig. 8 se poate deduce valoarea lui φ_0 :

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (32)$$

7. Rezonanța circuitului RLC serie, (rezonanța tensiunilor).

Dacă în funcționarea circuitului RLC serie se realizează condiția: $U_L = U_C$ rezultă: $X_L = X_C$, se obține rezonanța. Impedanța $Z = R$ (este minimă), curentul:

$$I = I_{rez.} = \frac{U}{R} \quad (33)$$

este maxim, iar defazajul $\varphi_0 = 0$, Fig. 8c). Observăm că în cazul unui circuit ideal ($R = 0$) $I_{rez} \rightarrow \infty$.

La rezonanță, circuitul se comportă rezistiv, prin el circulând un curent electric maxim. Se mai spune că circuitul este în rezonanță cu sursa de curent. Condiția pentru a se realiza rezonanța este impusă de egalitatea:

$$X_L = X_C \quad (34) \quad \text{sau} \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (34')$$

$$\text{De unde: } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (35) \quad \text{sau} \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (35'), \quad \text{sau} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad (35''),$$

ultima, cunoscută și sub numele de **relația lui Thomson**.

Transferul de energie de la sursă la circuitul RLC se va face în regim de rezonanță numai dacă frecvența curentului alternativ este egală cu frecvența proprie ν_0 a circuitului și a cărei valoare depinde doar de elementele L și C .

Notăm:

$$Q = \left(\frac{U_L}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \left(\frac{U_C}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} \quad (36)$$

sau dacă înlocuim rel. (35) în rel. (36):

$$Q = \left(\frac{U_L}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \left(\frac{U_C}{U}\right)_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{R} Z_0 \quad (37)$$

numit **factor de calitate**, sau **factor de supra tensiune** al circuitului. El ne arată de câte ori este mai mare, la rezonanță, tensiunea la bornele bobinei sau condensatorului decât tensiunea generatorului.

De asemenea Z_0 se numește **impedanță caracteristică**, și are dimensiunea unei rezistențe.

Atențiune! Mărimile U_L și U_C se calculează în condiții de rezonanță, adică utilizând valoarea lui ω_0 dată de rel. (35).

8. Circuit paralel cu rezistor, bobină și condensator, în curent alternativ.

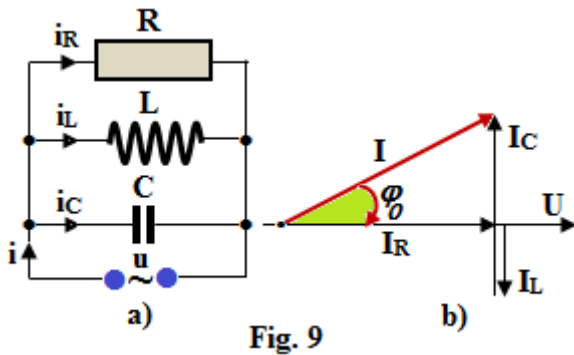


Fig. 9

Gruparea elementelor R, L și C paralel este în așa fel încât tensiunea la bornele lor să fie comună iar curenții să fie rezultatul ramificării curentului debitat de sursa de curent alternativ, Fig. 9a). Dacă avem în vedere că tensiunea aplicată circuitului este alternativă, conform rel. (5). Legea I a lui Kirchhoff, pentru Fig. 9a), se va scrie:

$$i = i_R + i_L + i_C \quad (39)$$

Când scriem expresiile curenților prin fiecare ramură trebuie să avem în vedere că i_L și i_C prin ramurile respective sun de semn contrar. În acest caz intensitățile

curenților au expresiile următoare:

$$i_R = \frac{\sqrt{2}U}{R} \sin \omega t, \quad i_L = \frac{\sqrt{2}U}{X_L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \text{ și } i_C = \frac{\sqrt{2}U}{X_C} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

În aceste condiții rel. (39) se rescrie:

$$I \sin \omega t = \frac{U}{R} \sin \omega t + \frac{U}{X_L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{U}{X_C} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (41)$$

În continuare facem notațiile:

$$I_R = \frac{U}{R}, \quad I_L = \frac{U}{X_L} \quad \text{respectiv} \quad I_C = \frac{U}{X_C} \quad (42)$$

Ecuția (41) o vom rezolva aplicând metoda fazorilor, sau Fresnel, Fig. 9b).

Aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul curenților, din diagrama fazorială, Fig. 9a), se obține: $I^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2$, de unde:

$$I = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right)^2} \quad (43)$$

Dacă facem notația :

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right)^2} \quad (44)$$

legea lui Ohm, pentru circuitul de curent alternativ devine: $I = U \cdot \frac{1}{Z} \quad (45)$

Defazajul curentului față de tensiune, pentru circuitul de curent alternativ RLC paralel este dat de relațiile următoare (din diagrama fazorială):

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{I_C - I_L}{I_R} \quad (46), \quad \text{sau} \quad \operatorname{tg} \varphi_0 = R \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) \quad (46')$$

9. Rezonanța circuitului LC paralel (rezonanța curenților):

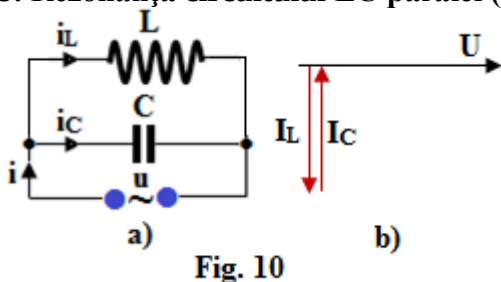


Fig. 10

Considerăm un circuit paralel LC, Fig. 10a), ideal, $R=0$. Condiția de rezonanță $X_L = X_C$ impune anularea intensității curentului total prin circuit. Conform rel.(43):

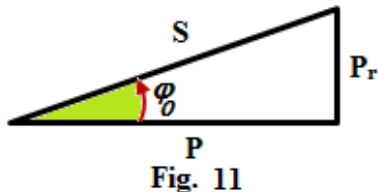
$$I = I_{rez} = U \left(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} \right) = 0 \quad (47)$$

Acest fapt presupune ca impedanța circuitului paralel LC, la rezonanță tinde către infinit:

$$Z_{rez} = \frac{1}{\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L}} \rightarrow \infty \quad (48)$$

Pentru un circuit real, $R \neq 0$, $Z=R$ este maxim, iar intensitatea curentului $I = \frac{U}{R}$ este minimă.

10. Puterea în curent alternativ.



Dacă laturile triunghiului tensiunilor (diagrama fazorială), Fig. 8c) se amplifică cu intensitatea I a curentului, se obține un triunghi asemenea celui inițial, dar având ca laturi valori ale unor puteri. Acest triunghi se numește generic **triunghiul puterilor**, Fig. 11.

Cele trei puteri în curent alternativ și care rezultă în urma calculelor pe care le-am făcut, sunt:

- puterea activă: $\bar{p} = P = U_R \cdot I = R \cdot I^2$ $[P]_{SI} = 1W$ (49)

- puterea reactivă: $P_r = (U_L - U_C) \cdot I = (X_L - X_C) \cdot I^2$ $[P_r]_{SI} = 1VAR$ (49')

- puterea aparentă: $S = U \cdot I = Z \cdot I^2$ $[S]_{SI} = 1VA$ (49'')

Observație: 1. $\bar{p} = P$ exprimă energia consumată în unitatea de timp în elementele pasive (ohmice).

2. P_r exprimă energia consumată în unitatea de timp în elementele reactive, sub forma de energie a câmpului electric și magnetic.

3. S exprimă energia transferată în unitatea de timp de sursă întregului circuit.

Aplicând teorema lui Pitagora triunghiului din Fig. 11 rezultă relația dintre cele trei puteri:

$$S^2 = P^2 + P_r^2 \quad (50)$$

Cosinusul unghiului φ_0 se numește **factor de putere** și se definește prin relațiile următoare:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P}{S} \quad (51) \quad \text{sau} \quad \cos \varphi_0 = \frac{R}{Z} \quad (51')$$

care depinde de valorile elementelor R , L , C și frecvența ν a curentului alternativ.

10. Exemple de probleme rezolvate

1. La un generator de curent alternativ cu tensiunea la borne de 10 V, se conectează un circuit serie format dintr-un condensator de capacitate $15,91 \mu F$ ($=5/\pi \cdot 10^{-5} F$) și o bobină cu inductanța 636,6 mH ($=2/\pi$) și o rezistență de 40Ω . Să se determine:

- intensitatea curentului din circuit, dacă frecvența curentului alternativ este 100 Hz;
- Unghiul de defazaj;
- frecvențe curentului alternativ, pentru care are loc rezonanța tensiunilor;
- Intensitatea curentului prin circuit la rezonanță;
- Factorul de calitate al circuitului;
- Impedanța caracteristică.

REZOLVARE.

$U = 10 V$
 $C = 15,91 \mu F$
 $L = 636,6 mH$
 $R = 40 \Omega$
 $\nu = 100 Hz$

$I = ?$
 $\varphi = ?$
 $\nu_0 = ?$
 $I_0 = ?$
 $Q = ?$
 $Z_0 = ?$

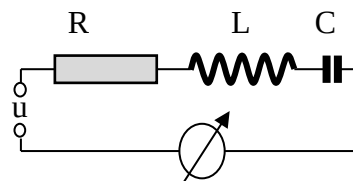
$$I = \frac{U}{Z} \quad \text{și} \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$X_L = L\omega, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad \omega = 2\pi\nu \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{și} \quad tg \varphi_0 = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} \quad \text{și} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Efectuând calculele se obține:

$I = 33 mA$; $\varphi = \arctg 7,5$; $I_0 = I_{rez.} = 250 mA$; $\nu_0 = 50 Hz$; $Q = 5$; $Z_0 = 200 \Omega$



2. Un circuit serie, format dintr-o bobină de inductanță 95,5 mH și rezistență 16 Ω și un condensator de capacitate 177 μF , este alimentat de la o rețea de curent alternativ cu tensiunea efectivă 220 V și frecvența $\nu = 50$ Hz. Să se calculeze:
- impedanța circuitului;
 - intensitatea curentului prin circuit;
 - factorul de putere al circuitului;
 - puterile activă, reactivă și aparentă.

REZOLVARE

L = 95,5 mH	$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad I = \frac{U}{Z}, \quad X_L = L\omega, \quad X_C = \frac{1}{\omega C}, \quad \omega = 2\pi\nu,$ $P = UI \cos \varphi = I^2 R, \quad P_r = UI \sin \varphi = I^2 (X_L - X_C), \quad S = UI, \text{ respectiv } \cos \varphi = \frac{RI}{U}$ Efectuând calculele se obține: $Z = 20 \Omega, I = 11 \text{ A}, \cos \varphi = 0,8$ $P = 1936 \text{ W}, P_r = 1425 \text{ VAR}, S = 2420 \text{ VA}$
R = 16 Ω	
C = 177 μF	
U = 220 V	
$\nu = 50$ Hz	
Z = ?	
I = ?	
$\cos \varphi = ?$	
P, P_r , S = ?	

Bibliografie:

- R.P.Feynman, Fizica modernă, Vol II, Ed. Tehnică, București, 1970.
- Colectiv, coordonat de lect. univ. dr. I. Bunget, COMPENDIU DE FIZICĂ – pentru admiterea în învățământul superior, Editura Științifică, București 1971
- E.M.Purcell, Electricitate și magnetism, Ed. Did. și Ped., București, 1982.
- G. Enescu, N. Gherbanovschi, M. Prodan, Șt. Levai – FIZICĂ, manual pentru clasa a XI-a, Editura Didactică și Pedagogică, București – 1994.
- <http://msabau.xhost.ro/?Fizic%E3>
- <http://ael.ctcnvk.ro/econtent-fizica/>
- <http://www.walter-fendt.de/ph14ro/>

CAPITOLUL: CIRCUITE DE CURENT ALTERNATIV SINUSOIDAL

(Circuitul RLC - serie)

Numele și prenumele elevului _____ **Oficiu: 1,50 puncte**

I.Tratați subiectul :”Circuitul **RLC serie** în curent alternativ sinusoidal : schemă electrică, diagrama fazorială Fresnel a acestuia, legile lui Ohm în mărimi efective pentru fiecare element de circuit precizând semnificația mărimilor fizice ce intervin în acestea, expresia impedanței Z , tangenta defazajului dintre u și i , rezonanța circuitului”.→ **(Total subiect I: 2,30 puncte)**

II. Itemii 1- 4 se referă la următorul enunț:

(Total subiect II: 4,20 puncte: 0,30 puncte pentru fiecare item)

Un **circuit serie**, alimentat la rețeaua de **220V** și frecvența **50 Hz**, este format dintr-un rezistor cu rezistență activă de **60Ω**, o bobină de inductanță de **200/π mH** și un condensator cu capacitatea electrică de **100/π μF**, se cere:

1. **impedanța** circuitului: a.) 50 Ω; b.) 22 Ω; c.) 100 Ω; d.) 60 Ω; e.) 80 Ω;
2. **intensitatea efectivă** a curentului în circuit este: a.) 1,1 A ; b.) 2,2 A; c.) 4,4 A; d.) 2,5 A; e.) 5,5 A;
3. **reactanța inductivă** a bobinei este: a.) 10 Ω; b.) 30 Ω; c.) 50 Ω; d.) 60 Ω; e.) 20 Ω;
4. **reactanța capacitivă** a condensatorului este:
a.) 100 Ω; b.) 80 Ω; c.) 40 Ω; d.) 60 Ω; e.) 50 Ω;
5. Unitatea de măsură pentru **capacitatea electrică**, în SI, este : a.) F m ; b.) F / m ; c.) F ; d.) H m .
6. Intensitatea curentului efectiv care străbate un circuit **RLC serie** este de **3 A**. Dacă rezistența ar fi neglijabilă curentul ar fi de **5 A**. **Valoarea efectivă a intensității curentului la rezonanță (obs. : tensiunea efectivă la borne este constantă)** este: a.) 3 A ; b.) 3,5 A; c.) 3,75 A ; d.) 4 A; e.) 4,25 .
7. Unitatea de măsură pentru **impedanță**, în SI, este : a.) Z ; b.) Ω ; c.) W; d.) J ; e.) F.
8. Unitatea de măsură pentru **reactanța capacitivă**, în SI, este : a.) F ; b.) H ; c.) Ω ; d.) Ω⁻¹
9. **Condiția de rezonanță** a circuitului RLC serie este:
a.) ~~$X_L = X_R$~~ ; b.) ~~$X_C = X_L$~~ c.) $U_L = U_R$; d.) $I_L = I_R$;

10. Unitatea de măsură în SI pentru pulsația unei tensiuni alternative :

a.) J ; b.) Hz; c.) V; d.) rad/s.

11. Un circuit serie RLC este alimentat de la un generator ce asigură o tensiune efectivă constantă, indiferent de frecvența de lucru. Dacă pentru frecvențele de 60 Hz și 240 Hz intensitatea

curentului este aceeași, frecvența de rezonanță are valoarea :

a.) 100 Hz ; b.) 120 Hz ; c.) 150Hz ; d.) 180 Hz; e.) 200 Hz.

12. Într-un circuit serie RLC, în care $R = 25 \Omega$, $L = 0,1 \text{ H}$ și $C = 100 \text{ nF}$, factorul de calitate este :

a.) 5 ; b.) 10; c.) 20 ; d.) 25; e.) 40; f.) 50.

13. Unitatea de măsură pentru factorul de calitate din curent alternativ, în SI, este :

a.) J ; b.) J/s ;c.) V ; d.) adimensional

14. Expresia impedanței caracteristice Z_0 a circuitului serie RLC este :

a.) $(RL/C)^{1/2}$; b.) $(R/C)^{1/2}$; c.) $(R/LC)^{1/2}$; d.) $(L/C)^{1/2}$; e.) L/C .

III. Rezolvați următoarea problemă:

→ (Total subiect III: 2 puncte)

La bornele unui circuit **serie RLC** de curent alternativ sinusoidal, alcătuit dintr-un rezistor cu rezistența $R=400 \Omega$, o bobină de inductanță $L= 8 / \pi \text{ H}$ și un condensator cu capacitatea electrică $C= 20 / \pi \mu\text{F}$ se aplică tensiunea $u(t)=350 \sin (100 \pi t) (\text{V})$. Determinați:

a.) tensiunea maximă, tensiunea efectivă, pulsația tensiunii, frecvența tensiunii, faza inițială a tensiunii la bornele circuitului;

b.) reactanța inductivă a bobinei, reactanța capacitivă a condensatorului;

c.) impedanța circuitului, intensitatea efectivă a curentului prin cele trei elemente și defazajul dintre tensiunea la bornele circuitului și intensitatea curentului care îl străbate;

d.) intensitatea efectivă a curentului la rezonanță.

OBS. . I. → (2,3 puncte) II. → (4,2 puncte, fiecare item/problemă 0,30 puncte),III. → (2 puncte) (fiecare cerință 0,50 puncte). La II 1- 14 o singură variantă este corectă. Indicați-o prin încercuire, iar apoi treceți-o în grila de evaluare! Rezolvarea problemei III și a subiectului I le veți face pe verso-ul acestei foi.

P.S. Timpul efectiv de lucru este de 45 minute; 1,50 puncte se acordă din oficiu.

Succes și multă atenție !!!